

**Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie**  
**Ogólnopolska Olimpiada „O Diamentowy Indeks AGH” 2024/2025**  
**Fizyka – Etap 3**

*Uwaga: za każde poprawnie rozwiązane zadanie uczestnik może uzyskać maksymalnie 20 punktów.*

**Zadanie 1.** Rozważ U-rurkę (rurkę o kołowym przekroju poprzecznym wygiętą w kształt litery U), której ramiona mają różne powierzchnie przekroju poprzecznego,  $S_1$  i  $S_2$ . Rurka wypełniona jest nielepką i nieściśliwą cieczą. Załóż, że połączenie ramion o różnych przekrojach znajduje się w dolnej części U-rurki i nie wpływa na zachowanie cieczy, a słupki cieczy w warunkach równowagi mają jednakową długość (liczoną do miejsca połączenia) równą  $l=25$  cm. Oblicz okres małych drgań cieczy w U-rurce. Przyjmij  $g=9,81$  m/s<sup>2</sup>.

**Zadanie 2.** Rozważ układ ruchomych bloczków, którego podstawowym ogniwem jest bloczek z masą  $m$  po prawej stronie i drugim identycznym bloczkiem po lewej stronie. Bloczki są nieważkie, a masy i bloczki są połączone nieważką i nierozciągliwą liną.

- a) Oblicz masę zredukowaną układu ruchomych bloczków złożonego kolejno z jednego, dwóch, trzech i czterech bloczków-ogniw. Przyjmij, że ostatnie (najniższe) ogniwo ma masy  $m$  po obu stronach. Na tej podstawie spróbuj odgadnąć, jaka byłaby masa zredukowana układu z nieskończoną liczbą ogniw.
- b) Następnie oblicz analitycznie masę zredukowaną nieskończonego układu ruchomych bloczków. W tym celu najpierw zapisz rekurencyjny wzór na masę zredukowaną układu  $n$  ruchomych bloczków,  $\mu_n$ , a następnie zauważ, że masa zredukowana nieskończonego układu bloczków nie zmieni się po dodaniu lub usunięciu jednego bloczka-ogniwa.

**Zadanie 3.** Rozważ przemianę politropową o równaniu  $p/V = \text{const.}$ , w której  $n=0,5$  mola gazu doskonałego rozprężyło się od początkowej temperatury  $T_1=305$  K, zwiększając 1,5-krotnie swoją objętość i wykonując przy tym pracę  $W=792$  J. Korzystając z równania przemiany i pierwszej zasady termodynamiki, sprawdź, czy spełniony jest związek:  $m = (C_m - C_p)/(C_m - C_v)$ , gdzie  $C_p$  i  $C_v$  to ciepła molowe przy stałym ciśnieniu i objętości, a  $C_m$  to ciepło molowe rozważanej przemiany politropowej o wykładniku politropy  $m$ . W jakiej innej przemianie (o jakim innym wykładniku politropy  $m'$ ) gaz wykonałby dwa razy większą pracę przy tej samej zmianie temperatury? Jak wtedy zmieniłaby się objętość gazu? Stała gazowa  $R=8,31$  J/(mol·K).

**Zadanie 4.** Pokaż, że na kwadratową ramkę o boku  $a$  z prądem o natężeniu  $i$  umieszczoną w stałym i jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B$  działa względem osi obrotu łączącej środki przeciwległych boków ramki moment siły o maksymalnej wartości  $M = i \cdot a^2 \cdot B$ . Ramka ustawiona jest w płaszczyźnie równoległej do linii pola  $B$ , a oś obrotu jest prostopadła do linii pola  $B$ . Następnie rozwiąż zadanie: ramka opisana jak wyżej początkowo utrzymywana jest w płaszczyźnie równoległej do linii pola. Przyjmij:  $B=0,1$  T,  $a=10$  cm,  $i=1$  A. W pewnym momencie ramkę puszczono, a po czasie  $\Delta t=0,2$  s wyłączono pole magnetyczne. Jaką częstotliwość ruchu obrotowego uzyska ramka po czasie  $\Delta t$ ? Ramka wykonana jest z cienkiego drutu o gęstości liniowej masy  $\lambda=1,76$  g/cm. Załóż, że w czasie  $\Delta t$  moment siły działający na ramkę się nie zmienił i pozostawał maksymalny. *Wskazówka.* Moment bezwładności pręta o masie  $m$  i długości  $a$  względem osi przechodzącej przez środek pręta i do niego prostopadłej wynosi  $1/12 ma^2$ .

**Zadanie 5.** Wyprowadź wzory na kwantowanie promienia,  $r_n$ , i prędkości,  $v_n$ , elektronu w atomie wodoru w modelu Bohra. Przyjmij oznaczenia:  $m$  – masa elektronu,  $e$  – ładunek elementarny,  $\epsilon_0$  – przenikalność elektryczna próżni,  $c$  – prędkość światła w próżni,  $h$  – stała Plancka,  $n$  – numer orbity ( $n=1,2,3,\dots$ ). Podaj wartości liczbowe dla  $n=2$ , jeżeli w stanie podstawowym mamy  $r_1=0,53$  Å (angstrema),  $v_1=2,2 \cdot 10^6$  m/s. Następnie pokaż, że długość fali materii elektronu w atomie,  $\lambda$ , związana jest z promieniem orbity w następujący sposób:  $2\pi r_n = n\lambda$ . *Wskazówka.* Wykorzystaj postulaty Bohra: kwantowanie momentu pędu ( $L = n \cdot h/2\pi$ ) oraz ruch elektronu po orbicie kołowej wokół nieruchomego protonu.